www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۴/ ۳/ ۱۳۸۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استدلال استنتاجی ثابت کنید که اگر مربع های دو عدد فرد را از هم کم کنیم ، حاصل عدد زوجی خواهد بود .	۱
۲	با استفاده از اصل استقراء ریاضی ، ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم : $(۱\times۳)+(۲\times۵)+(۳\times۷)+\cdots+(n\times(۲n+۱))=\frac{۴n^۳+۹n^۲+۵n}{۶}$	۱/۵
۳	b عددی گویا و $\sqrt{۵}$ عددی گنگ است ، با استدلال برهان خلف ثابت کنید $b-\sqrt{۵}$ هم عددی گنگ می باشد .	۱
۴	در یک مهمانی ۳۹ نفر حضور دارند ، حد اقل چند نفر آنها روز تولدشان در یک روز از هفته می باشد و چرا ؟	۱
۵	اگر a عددی حقیقی و منفی باشد ، آنگاه ثابت کنید : $a+\frac{۱}{a}<۲$	۱
۶	نمودار رابطه زیر را رسم کنید : $R=\{(x,y)\in R^۲ \mid x-۲\le y\le x+۱\}$	۱
۷	اگر A و B دو مجموعه باشند : الف) با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید : $A\Delta A'=U$ ب) $A\subseteq B$ ثابت کنید : $A\cup B=B$	۱/۵
۸	مجموعه های $A=\{۲^x \mid x\in Z, -۱\le x\le ۱\}$ و $B=\{x \mid x\in R, x^۲+x-۲۰=۰\}$ مفروضند : الف) اعضای A و B را محاسبه کرده و سپس $B\times A$ را با اعضا مشخص کنید . ب) نمودار $B\times A$ را در صفحه مختصاتی رسم کنید .	۱/۵
۹	رابطه R روی $Z^۲-\{(۰,۰)\}$ بصورت زیر تعریف شده است: $(x,y)R(z,t)\Leftrightarrow x^۲t=z^۲y$ الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است . ب) کلاس هم ارزی $[(۶,-۱)]$ را مشخص کنید .	۱/۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۴/ ۳/ ۱۳۸۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir	

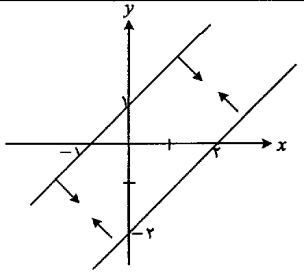
ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	تاس سالمی را دو بار می اندازیم ، مطلوب است : الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای آن . ب) پیشامد A که عدد ظاهر شده درهر دو پرتاب مساوی باشد. ج) پیشامد B که عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب عددی اول باشد. د) پیشامد C که A رخ دهد ولی B رخ ندهد .	۲
۱۱	در یک مصاحبه تلویزیونی با مردم راجع به داشتن کامپیوتر شخصی ، از ۳۰ نفر تصادفی پرسیدند ، احتمال آن که ۲۵ نفر پاسخ مثبت داده باشند ، را محاسبه کنید .	۱
۱۲	در جعبه ای ۶ مهره آبی و ۴ مهره سفید موجود است، ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم، مطلوب است احتمال آن که : الف) حد اقل ۲ مهره آبی باشند . ب) هیچ کدام از مهره ها آبی نباشند .	۲
۱۳	سه دونده a و b و c باهم مسابقه می دهند ، احتمال برد a دو برابر احتمال برد b و احتمال برد b دو برابر احتمال برد c است . الف) احتمال برد a را بیابید . ب) احتمال آنکه a یا b ببرند را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۴	نقطه ای به تصادف درون مربعی به ضلع ۴ انتخاب می کنیم ، اگر A پیشامد آن باشد که فاصله این نقطه تا مرکز مربع بیش تر از یک شود ، احتمال وقوع A را محاسبه کنید.	۱
۱۵	اگر $p(A)=\frac{۲}{۵}$ و $p(B)=\frac{۳}{۵}$ و $p(A\cup B)=\frac{۴}{۵}$ ، در این صورت $p(A\cap B')$ را محاسبه کنید .	۱/۵
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۴/ ۳/ ۱۳۸۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خرداد ماه)** سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	۱) $\underbrace{(۲k+۱)^۲-(۲k'+۱)^۲}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{(۴k^۲+۴k+۱)-(۴k'^۲+۴k'+۱)}_{(۰/۲۵)}=$ $\underbrace{۲(۲k^۲+۲k-۲k'^۲-۲k')}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{۲A}_{(۰/۲۵)}$	۱
۲	$p(۱):۳=\frac{۴+۹+۵}{۶}\Rightarrow ۳=۳$ (۰/۲۵) فرض استقراء $p(k):(۱\times۳)+(۲\times۵)+\cdots+k(۲k+۱)=\frac{۴k^۳+۹k^۲+۵k}{۶}$ (۰/۲۵) حکم استقراء $p(k+۱):(۱\times۳)+(۲\times۵)+\cdots+k(۲k+۱)+(k+۱)(۲k+۳)=$ $\frac{۴(k+۱)^۳+۹(k+۱)^۲+۵(k+۱)}{۶}=\frac{۴k^۳+۲۱k^۲+۳۵k+۱۸}{۶}$ (۰/۵) $p(k+۱):\frac{۴k^۳+۹k^۲+۵k}{۶}+(k+۱)(۲k+۳)=\frac{۴k^۳+۲۱k^۲+۳۵k+۱۸}{۶}$ (۰/۵)	۱/۵
۳	گویا = گنگ $\Rightarrow$ گویا $\Rightarrow\sqrt{۵}=\underbrace{\frac{p}{q}+b}$ (۰/۵) فرض خلف $\sqrt{۵}-b=\frac{p}{q}$ (۰/۲۵) جمع دو عدد گویا، عددی گویا است. به تناقض رسیده ایم، پس همان حکم اولیه برقرار است. (۰/۲۵)	۱
۴	(۰/۲۵) لانه = ۷ روز هفته و کبوتر = ۳۹ نفر محاسبه (۰/۵) $۳۹=۵\times۷+۴\Rightarrow ۵+۱=۶$ بر طبق اصل لانه کبوتر حداقل ۶ نفر روز تولدشان در یک روز هفته یکسان است. (۰/۲۵)	۱
۵	$a+\frac{۱}{a}<۲\overset{a<۰}{\Leftrightarrow}\underbrace{a(a+\frac{۱}{a})}_{(۰/۲۵)}>۲a\Leftrightarrow\underbrace{a^۲+۱-۲a>۰}_{(۰/۲۵)}\Leftrightarrow$ $(a-۱)^۲>۰$ (۰/۲۵) گزاره همواره درست و بر طبق استدلال برگشتی حکم برقرار است $\Leftrightarrow$	۱
۶	رسم هر خط (۰/۲۵) $y=x+۱$ $y=x-۲$ رسم کامل نمودار و مشخص کردن قسمت مشترک (۰/۵) 	۱
	« ادامه در صفحه‌ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۴/ ۳/ ۱۳۸۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خرداد ماه)** سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir

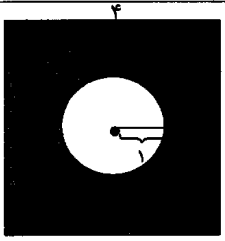
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	الف) $(A-A')\cup(A'-A)=(A\cap A)\cup(A'\cap A')=A\cup A'=U$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) $(A\cup B)\subset B$ (۱) , $B\subset(A\cup B)$ (۲) باید ثابت کنیم، هر دو طرف زیر مجموعه‌ی یکدیگرند. رابطه (۲) بدیهی است (۰/۲۵) $x\in A\cup B \Rightarrow x\in A$ یا $x\in B$ $\Downarrow$ اثبات رابطه (۱) $A\subseteq B\Rightarrow x\in B$ (۰/۵)	۱/۵
۸	الف) $A=\left\{\frac{۱}{۲}, ۱, ۲\right\}$ (۰/۲۵) $B=\{-۵, ۴\}$ (۰/۲۵) $B\times A=\left\{(-۵,\frac{۱}{۲}),(-۵,۱),(-۵,۲),(۴,\frac{۱}{۲}),(۴,۱),(۴,۲)\right\}$ (۰/۵) ب) رسم شکل (۰/۵)	۱/۵
۹	الف) $(x,y)\,R\,(x,y)\Rightarrow x^۲y=x^۲y$ رابطه بازتابی (۰/۲۵) ب) $(x,y)\,R\,(z,t)\Rightarrow(z,t)\,R\,(x,y)$ $x^۲t=z^۲y\Rightarrow z^۲y=x^۲t$ رابطه تقارنی (۰/۲۵) ج) $(x,y)\,R\,(z,t),\ (z,t)\,R\,(e,f)\Rightarrow(x,y)\,R\,(e,f)$ $\begin{cases}x^۲t=z^۲y\\ z^۲f=e^۲t\end{cases}\Rightarrow x^۲f=e^۲y\Rightarrow(x,y)\,R\,(e,f)$ دو رابطه در هم ضرب می شوند. رابطه تعدی (۰/۵) هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. $[(-۱,۶)]=\{(x,y)\mid(x,y)\,R\,(-۱,۶)\}\Rightarrow ۶x^۲=(-۱)^۲y\Rightarrow y=۶x^۲$ (۰/۵)	۱/۵
۱۰	الف) $n(s)=۳۶$ (۰/۲۵) ب) $A=\{(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳),(۴,۴),(۵,۵),(۶,۶)\}$ (۰/۵) ج) $B=\{(۲,۳),(۳,۲),(۲,۵),(۵,۲),(۳,۵),(۵,۳),(۲,۲),(۳,۳),(۵,۵)\}$ (۰/۷۵) د) $C=A-B=\{(۱,۱),(۴,۴),(۶,۶)\}$ (۰/۵)	۲
	« ادامه در صفحه‌ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۴/ ۳/ ۱۳۸۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خرداد ماه)** سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	$p(A)=\dfrac{\binom{۳۰}{۲۵}}{۲^{۳۰}}$ (۰/۵) (۰/۵)	۱
۱۲	الف) $p(A)=\dfrac{\binom{۶}{۲}\binom{۴}{۱}+\binom{۶}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}}=\dfrac{۱۵\times۴+۲۰}{۱۲۰}=\dfrac{۲}{۳}$ (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) $p(B)=$ p (هیچ کدام مهره آبی = هر سه مهره سفید) $=\dfrac{\binom{۴}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}}=\dfrac{۴}{۱۲۰}=\dfrac{۱}{۳۰}$ (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵)	۲
۱۳	$P(a)=۲P(b)=۴x$ $p(a)+p(b)+p(c)=۱$ $p(b)=۲p(c)=۲x$ $۴x+۲x+x=۱$ $p(c)=x$ (۰/۵) $x=\dfrac{۱}{۷}$ (۰/۵) الف) $p(a)=\dfrac{۴}{۷}$ (۰/۲۵) ب) $p\{a,b\}=\dfrac{۴}{۷}+\dfrac{۲}{۷}=\dfrac{۶}{۷}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۴	 شکل (۰/۵) $p(A)=\dfrac{a_A}{a_S}=\dfrac{۱۶-\pi}{۱۶}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۱۵	$p(A\cap B)=p(A)+p(B)-p(A\cup B)=\dfrac{۱}{۵}$ (۰/۵) (۰/۲۵) $p(A\cap B')=p(A-B)=p(A)-p(A\cap B)=\dfrac{۱}{۵}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com